Multi atributte decision making (madm)

Weighted Product, Topsis

Weighted Product (wp)

- Metode WP menggunakan perkalian untuk menghubungkan rating atribut, dimana rating setiap atribut harus dipangkatkan terlebih dahulu dengan bobot atribut yang bersangkutan (Yoon, 1989).
- Proses ini sama halnya dengan Normalisasi.

- Preferensi untuk alternatif Ai diberikan sebagai berikut :

$$S_i = \prod_{j=1}^{n} x_{ij}^{w_j} \qquad w_j = \frac{w_j}{\sum w_j}$$

- Dimana $\sum wj = 1$. wj adalah pangkat bernilai positif untuk atribut biaya.

- Preferensi relatif dari setiap alternatif, diberikan sebagai berikut :

$$V_i = \frac{\prod_{j=1}^{n} x_{ij}{}^{wj}}{\prod_{j=1}^{n} \left(x_{ij}^{*}\right)^{wj}}$$

contoh

- Suatu perusahaan di DIY ingin membangun sebuah gudang yang akan digunakan sebagai tempat untuk menyimpan sementara hasil produksinya. Ada 3 lokasi yang akan menjadi alternatif, yaitu A1 = Ngemplak, A2 = Kalasan, A3= Kota Gedhe. Ada 5 kriteria yang dijadikan acuan dalam pengambilan keputusan yaitu :

Menentukan kriteria

- C1 = jarak dengan pasar terdekat (km)
- C2 = kepadatan penduduk disekitar lokasi (orang/km2)
- C3 = jarak dari pabrik (km)
- C4 = jarak dengan gudang yang sudah ada (km)
- C5 = harga tanah untuk lokasi (x1000 Tp/m2)

- Kriteria keuntungan : C2, C4
- Kriteria biaya : C1, C3, C5

Menentukan rating kecocokan

- Rating kecocokan setiap alternatif pada setiap kriteria, dinilai dengan 1 sampai 5, yaitu :
  - 1 = sangat buruk
  - 2 = buruk
  - 3 = cukup
  - 4 = baik
  - 5 = sangat baik

Menentukan bobot kriteria

- Pengambil keputusan memberikan bobot preferensi sebagai berikut :

  $W = (5,3,4,4,2)$

Tabel rating kecocokan

Alternatif	Kriteria				
	C1	C2	C3	C4	C5
A1	4	4	5	3	3
A2	3	3	4	2	3
A3	5	4	2	2	2

Data Riil

Alternatif	Kriteria				
	C1	C2	C3	C4	C5
A1	0.75	2000	18	50	500
A2	0.5	1500	20	40	450
A3	0.9	2050	35	35	800

penyelesaian

- Perbaikan bobot
  - Bobot awal W = (5,3,4,4,2), akan diperbaiki sehingga total bobot = 1

$$w_1 = \frac{5}{5+3+4+4+2} = \frac{5}{18} = 0.2778$$

$$w_2 = \frac{3}{5+3+4+4+2} = \frac{3}{18} = 0.1667$$

$$w_3 = \frac{4}{5+3+4+4+2} = \frac{4}{18} = 0.2222$$

$$w_4 = \frac{4}{5+3+4+4+2} = \frac{4}{18} = 0.2222$$

$$w_5 = \frac{2}{5+3+4+4+2} = \frac{2}{18} = 0.1111$$

penyelesaian

- Menghitung vektor S :

$$S_1 = (0.75^{-0.2778})(2000^{0.1667})(18^{-0.2222})(50^{0.2222})(500^{-0.1111}) = 2.4187$$

$$S_2 = (0.5^{-0.2778})(1500^{0.1667})(20^{-0.2222})(40^{0.2222})(450^{-0.1111}) = 2.4270$$

$$S_3 = (0.9^{-0.2778})(2050^{0.1667})(35^{-0.2222})(35^{0.2222})(800^{-0.1111}) = 1.7462$$

penyelesaian

- Menghitung vektor V untuk perangkingan :

$$V_1 = \frac{2.4187}{2.4187 + 2.4270 + 1.7462} = 0.3669$$

$$V_2 = \frac{2.4270}{2.4187 + 2.4270 + 1.7462} = 0.3682$$

$$V_3 = \frac{1.7462}{2.4187 + 2.4270 + 1.7462} = 0.2649$$

- Nilai terbesar adalah V_2 sehingga alternatif A_2 adalah alternatif yang terpilih sebagai alternatif terbaik.

Topsis (technique for order preference by similarity to ideal solution)

- TOPSIS didasarkan pada konsep dimana alternatif terpilih yang terbaik tidak hanya memiliki jarak terpendek dari solusi ideal positif, tepepi juga memiliki jarak terpanjang dari solusi ideal negatif (Hwang, 1981)(Zeleny, 1982).

- Konsep ini banyak digunakan pada beberapa model MADM karena konsepnya sederhana dan mudah dipahami, komputasinya efisien, dan memiliki kemampuan untuk mengukur kinerja alternatif.

TOPSIS

- Langkah-langkah umum prosedur TOPSIS :
  - Membuat matriks keputusan yang ternormalisasi.
  - Membuat matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot.
  - Menentukan matriks ideal positif dan matriks solusi ideal negatif.
  - Menentukan jarak antara nilai setiap alternatif dengan matriks solusi ideal positif dan negatif.
  - Menentukan nilai preferensi untuk setiap alternatif.

TOPSIS

- Rating kinerja alternatif A1 pada setiap kriteria C1 yang ternormalisasi :

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}$$

dengan i = 1,2,… ,m dan j = 1,2,…, n

- Solusi ideal positif dan solusi ideal negatif dapat ditentukan berdasarkanrating bobot ternormalisasi (y) :

$$y_{ij} = w_i r_{ij}$$

$$A^+ = (y_1^+, y_2^+, \ldots, y_n^+)$$

$$A^- = (y_1^-, y_2^-, \ldots, y_n^-)$$

dengan i = 1,2,… ,m dan j = 1,2,…, n

$$y_j^+ = \begin{cases} \max i\, y_{ij}, & \text{jika j adalah atribut keuntungan} \\ \min i\, y_{ij}, & \text{jika j adalah atribut biaya} \end{cases}$$

$$y_j^- = \begin{cases} \min i\, y_{ij}, & \text{jika j adalah atribut keuntungan} \\ \max i\, y_{ij}, & \text{jika j adalah atribut biaya} \end{cases}$$

- Jarak antara alternatif Ai dengan solusi ideal positif :

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (y_i^+ - y_{ij})^2}$$

- Jarak anta dengan solusi ideal negatif :

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - y_i^-)^2}$$

- Nilai preferensi untuk setiap alternatif (V) :

$$V_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+}$$

- Nilai V yang lebih besar menunjukan alternatif yang dipilih.

Contoh soal sebelumnya:

- Menentukan matriks keputusan

$$|x_1| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 5^2} = 7.7011$$

$$r_{11} = \frac{x_{11}}{|x_1|} = \frac{4}{7.7011} = 0.5657$$

$$r_{21} = \frac{x_{21}}{|x_1|} = \frac{3}{7.7011} = 0.4243$$

$$r_{31} = \frac{x_{31}}{|x_1|} = \frac{5}{7.7011} = 0.7071$$

$$|x_2| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 4^2} = 6.4031,$$

$$r_{12} = \frac{x_{12}}{|x_2|} = \frac{4}{6.4031} = 0.6247$$

$$r_{22} = \frac{x_{22}}{|x_2|} = \frac{3}{6.4031} = 0.4685$$

$$r_{32} = \frac{x_{32}}{|x_2|} = \frac{4}{6.4031} = 0.6247$$

Dan seterusnya, sehingga diperoleh matriks sbb:

$$R = \begin{bmatrix} 0.5657 & 0.6247 & 0.7454 & 0.7276 & 0.6396 \\ 0.4243 & 0.4685 & 0.5963 & 0.4851 & 0.6396 \\ 0.7071 & 0.6247 & 0.2981 & 0.4851 & 0.4264 \end{bmatrix}$$

- Menentukan matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot :

$$y_{11} = w_1 r_{11} = (5)(0.5657) = 2.8285$$

$$y_{12} = w_2 r_{12} = (3)(0.6247) = 1.8741$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2.8285 & 1.8741 & 2.9814 & 2.9104 & 1.2792 \\ 2.1213 & 1.4056 & 2.3851 & 1.9403 & 1.2792 \\ 3.5355 & 1.8741 & 1.1926 & 1.9403 & 0.8528 \end{bmatrix}$$

- Menentukan matriks solusi ideal positif A^+:

$$y_1^+ = \max\{2.8285; 2.1213; 3.5355\} = 3.5355$$

$$y_2^+ = \max\{1.8741; 1.4056; 1.8741\} = 1.8741$$

$$y_3^+ = \max\{2.9814; 2.3851; 1.1926\} = 2.9814$$

$$y_4^+ = \max\{2.9140; 1.9403; 1.9403\} = 2.9140$$

$$y_5^+ = \max\{1.2792; 1.2792; 0.8528\} = 1.2792$$

$$A^+ = \{3.5355; 1.8741; 2.9814; 2.9140; 1.2792\}$$

- Menentukan matriks solusi ideal negatif A^-
  -

$$y_1^- = \min\{2.8285; 2.1213; 3.5355\} = 2.1213$$

$$y_2^- = \min\{1.8741; 1.4056; 1.8741\} = 1.4056$$

$$y_3^- = \min\{2.9814; 2.3851; 1.1926\} = 1.1926$$

$$y_4^- = \min\{2.9140; 1.9403; 1.9403\} = 1.9403$$

$$y_5^- = \min\{1.2792; 1.2792; 0.8528\} = 0.8528$$

$$A^- = \{2.1213; 1.4056; 1.1926; 1.9403; 0.8528\}$$

- Menentukan jarak antara nilai terbobot setiap alternatif terhadap solusi ideal

$$D_1^+ = \sqrt{\begin{array}{c}(2.8285 - 3.5355)^2 + (1.8471 - 1.8741)^2 \\ +(2.9814 - 2.9814)^2 \\ +(2.9104 - 2.9104)^2 + (1.2792 - 1.2792)^2\end{array}}$$

$$= 0.7071$$

$$D_2^+ = \sqrt{\begin{array}{c}(2.1213 - 3.5355)^2 + (1.4056 - 1.8741)^2 \\ +(2.3851 - 2.9814)^2 \\ +(1.9403 - 2.9104)^2 + (1.2792 - 1.2792)^2\end{array}}$$

$$= 1.8752$$

$$D_3^+ = \sqrt{\begin{array}{c}(3.5355 - 3.5355)^2 + (1.8741 - 1.8741)^2 \\ +(1.1926 - 2.9814)^2 \\ +(1.9403 - 2.9104)^2 + (0.8528 - 1.2792)^2\end{array}}$$

$$= 2.0792$$

- Menentukan jarak antara nilai terbobot setiap alternatif terhadap solusi ideal

I

$$D_1^- = \sqrt{\begin{array}{c}(2.8285 - 2.1213)^2 + (1.8471 - 1.4056)^2 \\ +(2.9814 - 1.1926)^2 \\ +(2.9104 - 1.9403)^2 + (1.2792 - 0.8528)^2\end{array}}$$

$$= 2.2456$$

$$D_2^- = \sqrt{\begin{array}{c}(2.1213 - 2.1213)^2 + (1.4056 - 1.4056)^2 \\ +(2.3851 - 1.1926)^2 \\ +(1.9403 - 1.9403)^2 + (1.2792 - 0{,}8528)^2\end{array}}$$

$$= 1.2665$$

$$D_3^- = \sqrt{\begin{array}{c}(3.5355 - 2.1213)^2 + (1.8741 - 1.4056)^2 \\ +(1.1926 - 1.1926)^2 \\ +(1.9403 - 1.9403)^2 + (0.8528 - 0.8528)^2\end{array}}$$

$$= 1.4898$$

- Menentukan nilai preferensi untuk setiap alternatif :

$$V_1 = \frac{2.2456}{0.7071 + 2.2456} = 0.7605$$

$$V_2 = \frac{1.2665}{1.8752 + 1.2665} = 0.4031$$

$$V_3 = \frac{1.4898}{2.0792 + 1.4898} = 0.4174$$

- V_1 memiliki nilai terbesar, sehingga alternatif yang dipilih adalah alternatif A_1.

Terima kasih